**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ КРАСНОЯРСКОГО КРАЯ**

**УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ СЕВЕР-ЕНИСЕЙСКОГО РАЙОНА**

**МБОУ "НСШ № 6"**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| СОГЛАСОВАНО  с педагогическим советом  протокол №1 от «30» августа 2024 г. |  | УТВЕРЖДЕНО  Директор  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Зуева Л.А.  приказ №120 от «30» августа 2024 г. |

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**Элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры получения»**

для обучающихся 11 класса

**п. Новая Калами**

**2024 год**

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Рабочая программа составлена на основе программы С.А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения».

Элективный курс «Замечательные неравенства» рассчитан на 34 часа для учащихся 11 класса.

Запланированный данной программой для усвоения учащимися объем знаний необходим для овладения ими методами решения некоторых классов задач оптимизационного характера без применения средств дифференциального исчисления, предусматривает намеченные, но совершенно не проработанные в основном курсе школьной математике, вопросы. Он дополняет базовую программу по математике, позволяя учащимся пройти путь от способов доказательств несложных числовых неравенств, до обоснования «замечательных» неравенств Коши – Буняковского, Чебышева и др.

Неравенства играют фундаментальную роль в большинстве разделов современной математики, без них не может обойтись ни физика, ни математическая статистика, ни экономика. Данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, использует межпредметные связи.

Материал курса делится на два блока. В первом блоке излагаются наиболее распространенные приемы сравнения действительных чисел и установления истинности неравенств с переменной, а второй блок дает учащимся представление о применении неравенств при решении оптимизационных задач. Работа учащихся по этой программе предполагает их выход либо на первый уровень – ознакомление с основными методами и приемами получения и применения замечательных неравенств, либо на второй уровень, предполагающий усиление самостоятельной работы (в том числе и с дополнительными источниками) под руководством учителя, решение более сложных задач. Таким образом, материал может применяться для различных групп учащихся.

*Целью* данного курса является изучение избранных классов неравенств с переменными и научное обоснование методов их получения, а также применение изученного теоретического материала при решении неравенств.

*Задачи курса*:

- закрепление основ знаний о неравенствах и их свойствах;

- расширение представления о неравенствах;

- формирование умений решать неравенства с переменными;

- повышение общей математической культуры;

- развитие логического мышления обучающихся.

Запланированный данной программой объем знаний, необходим для овладения обучающимися методами решения некоторых классов задач оптимизационного характера без применения средств дифференциального исчисления, а также для ознакомления с некоторыми идеями такого раздела современной математики, как выпуклый анализ; решения примеров на установление истинности простейших и более сложных числовых неравенств, встречающихся на ЕГЭ по математике.

Данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления, использует ряд межпредметных связей, прежде всего с физикой.

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА**

**1. Числовые неравенства и их свойства**

Понятие положительного и отрицательного числа, число нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Понятия «меньше», « не больше», «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства.

**2. Основные методы установления истинности числовых неравенств с переменными.**

Сравнение двух чисел – значений числовых выражений « по определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами ( числом), метод введения вспомогательной функции, метод использования «замечательных» неравенств.

**3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными.**

Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. Неравенство-следствие. Равносильные неравенства. Равносильные задачи на доказательство или опровержение неравенств. Методы установление истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод усиления и ослабления, метод подстановки, метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод понижения степеней выражений, образующих левую и правую части неравенств.

**4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.**

Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Примеры. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.

**5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.**

Формулировка и обоснование теоремы, устанавливающей соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.

**6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.**

Метод Штурма. Использование симметричности, однородности цикличности левой и правой частей неравенств. Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.

**7. Средние степенные величины.**

Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних». Среднее арифметическое, среднее геометрическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.

**8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.**

Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

**9. Генераторы замечательных неравенств.**

Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств. Неравенство треугольника. Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств. Неравенство Иенсона.

**10. Применение неравенств.**

Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.

**ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ**

**Знать/уметь:**

- определение числового неравенства и его свойства;

- определение средних величин и их свойства;

- правильно употреблять математическую терминологию;

- работать с литературными источниками, находить и использовать информацию в бумажных и электронных изданиях;

- исследовать функцию на выпуклость, вогнутость;

- находить наибольшее и наименьшее значения функции с помощью замечательных неравенств;

- применять неравенства при решении статистических и оптимизационных задач.

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

**Личностные умения:**

• умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;

• владение логическим, доказательным стилем мышления,

• умение логически обосновывать свои суждения;

• умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;

• умение планировать и проектировать свою деятельность,

• проверять и оценивать ее результаты.

**Метапредметные компетенции:**

• понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики;

• понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;

восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки,

цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

**Предметные умения:**

• умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений,

неравенств, систем, совокупностей);

• умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки.

**ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

| №  п/п | **Наименование раздела и тем** | **Часы учебного времени** | **Практика** |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Часть I. Замечательные неравенства*** | | **13** |  |
| 1 | Числовые неравенства и их свойства. | 1 | 0,5 |
| 2 | Основные методы установления ис­тинности числовых неравенств. | 2 | 1 |
| 3 | Основные методы установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи нера­венства Коши, их обоснование и при­менение. | 4 | 3 |
| 4 | Метод математической индукции и его применение к доказательству нера­венств. Неравенство Коши для произ­вольного числа переменных. | 3 | 1 |
| 5 | Неравенство Коши—Буняковского и его применение к решению задач. | 2 | 1 |
| 6 | Неравенства подсказывают методы их обоснования. | 1 | 1 |
| ***Часть II. Средние величины и соотношения между ними*** | | **21** |  |
| 7 | Средние степенные величины. | 6 | 3,5 |
| 8 | Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения | 2 | 1 |
| 9 | Генераторы замечательных нера­венств | 10 | 4 |
| 10 | Применение неравенств | 5 | 4 |
|  | **ИТОГО** | **34 ч** | 20 |

**ПОУРОЧНОЕ ПЛПНИРОВАНИЕ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Тема** | **Дата по плану** | **Дата по факту** |
| 1 | Числовые неравенства и их свойства. | 05.09.2024 |  |
| 2 | Основные методы установления истинности числовых неравенств. | 12.09.2024 |  |
| 3 | Основные методы установления истинности числовых неравенств. | 19.09.2024 |  |
| 4 | Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. | 26.09.2024 |  |
| 5 | Частные случаи неравенства Коши | 03.10.2024 |  |
| 6 | Частные случаи неравенства Коши | 10.10.2024 |  |
| 7 | Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. | 17.10.2024 |  |
| 8 | Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. | 24.10.2024 |  |
| 9 | Неравенство Коши для произвольного числа переменных. | 07.11.2024 |  |
| 10 | Неравенство Коши для произвольного числа переменных. | 14.11.2024 |  |
| 11 | Неравенство Коши – Буняковского и его применение к решению задач. | 21.11.2024 |  |
| 12 | Неравенство Коши – Буняковского и его применение к решению задач. | 28.11.2024 |  |
| 13 | Неравенства подсказывают методы их обоснования. | 05.12.2024 |  |
| 14 | Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое и соотношения между ними. | 12.12.2024 |  |
| 15 | Применение неравенств. Геометрические интерпретации. | 19.12.2024 |  |
| 16 | Среднее арифметико-геометрическое Гаусса и среднее арифметико-гармоническое | 26.12.2024 |  |
| 17 | Среднее арифметическое взвешенное и его свойства | 09.01.2025 |  |
| 18 | Средние степенные и средние взвешенные степенные | 16.01.2025 |  |
| 19 | Средние степенные и средние взвешенные степенные | 23.01.2025 |  |
| 20 | Неравенство Чебышева | 30.01.2025 |  |
| 21 | Свойства квадратичной функции, геометрические модели | 06.02.2025 |  |
| 22 | Свойства квадратичной функции, геометрические модели | 13.02.2025 |  |
| 23 | Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств | 20.02.2025 |  |
| 24 | Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств | 27.02.2025 |  |
| 25 | Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств | 06.03.2025 |  |
| 26 | Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств | 13.03.2025 |  |
| 27 | Неравенство Иенсона | 20.03.2025 |  |
| 28 | Неравенство Иенсона | 03.04.2025 |  |
| 29 | Исследование функций на выпуклость и вогнутость средствами математического анализа. | 10.04.2025 |  |
| 30 | Неравенство Коши-Гельдера и неравенство Минковского. | 17.04.2025 |  |
| 31 | Неравенства в математической статистике и экономике. Задачи оптимизацию. | 24.04.2025 |  |
| 32 | Неравенства в математической статистике и экономике. Задачи оптимизацию. | 15.05.2025 |  |
| 33 | Поиск наибольших и наименьших значений функций с помощью замечательных неравенств. | 22.05.2025 |  |
| 34 | Поиск наибольших и наименьших значений функций с помощью замечательных неравенств. |  |  |

**Основная литература:**

* Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 классы. Элективные курсы. Учебное пособие для профильных классов общеобразовательных учреждений.- М.: Дрофа.
* Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 классы. Методические рекомендации.- М.: Дрофа.

**Дополнительная литература:**

* Монахов В.М. и др. Методы оптимизации. Применение математических методов в экономике: Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1978.- 143 с.

**Интернет-ресурсы:**

* Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/
* Открытый класс. База данных цифровых образовательных ресурсов и учебных материалов пользователей http://www.openclass.ru/dig\_resources
* Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: http://fcior.edu.ru/